

文章编号: 1000-8055(2010)12-2721-07

弯曲流道内二次流动的运动学分析和 数值可视化方法

刘庆龙, 戴 斌, 戴 韧, 陈康民
(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘 要: 通过运动学分析, 得到了涡量与二次流之间的关系方程, 介绍了弯曲流道内二次流结构的可视化方法. 以截面法向涡量为基础, 可求解得到与涡量对应的二次流速度场. 该方法具有以下几个特点: 从运动学求解得到的涡量与二次流函数之间的方程, 直接体现了二次流作为涡的特性, 且作为分析流动结构的后处理方法, 能够量化地求解出二次流速度以及分布情况. 该方法消除了位势流的影响, 使二次流显示更加真实清晰, 这种方法比速度矢量图法更加准确完善.

关 键 词: 二次流; 涡量; 运动学分析; 可视化; 涡系结构

中图分类号: TK474.7

文献标识码: A

Kinematic analysis and digital visualization of secondary flow in curved square passage

LIU Qing-long, DAI Bin, DAI Ren, CHEN Kang-min

(School of Energy and Power Engineering,
University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The equation between secondary flow and vorticity was established through kinematic analysis. One method of digital visualization for secondary flow in curved passage was presented. Secondary flow velocity can be obtained from cross section normal vorticity. Some advantages of this method are below: the equation describes secondary flow as vortices. The influence of potential flow is eliminated. Quantizing secondary flow field can be figured out. More complicated secondary structure is observed. The visualization is more accurate than representation of velocity vector, and doesn't depend on the normal direction of cross section.

Key words: secondary flow; vorticity; kinematic analysis; visualization;
vortex structure

二次流在叶栅流动中表现出显著的损失作用, 其造成的流动损失可占到气动总损失的 30%~50%. 认识二次流形成与发展的机理, 控制乃至消弱二次流损失是透平叶栅气动力学研究核心内容之一.

Langston 等提出了透平三维流动的基本模型^[1], 并用烟幕轨迹展现了二次流的形成和发展^[2]. 这之后, 很多学者对二次流的形成和发展以及二次流的模型进行了实验和数值验证. Sieverding^[3]评述并展示了二次流模型的发展细节、旋

收稿日期: 2009-11-17; 修订日期: 2010-03-04

基金项目: 上海市重点学科建设(J50501)

作者简介: 刘庆龙(1984—), 男, 浙江绍兴人, 硕士生, 主要从事叶轮机械气动力学研究.

涡结构以及二次流增长的影响. Sharma 和 Butler^[4], Goldstein 和 Wang 等^[5-6]依据各自实验结果,都提出了不同的二次流模型. 尽管这些二次流模型细节上有些不同,但是二次流基本结构的发展延续了 Langston 模型^[2].

展现二次流旋涡结构的一般方法,是速度矢量图线或者其投影来表示,如王仲奇等人^[7]用 CFD(计算流体力学)结果的速度矢量图线展现了二次流流动的各种旋涡. 但是,用这种方法展现出的速度图线包含有位势流速度,而且速度线与截面方向密切相关,整体流线可能失真,无法清晰地展现二次流的真实结构. 如何对 CFD 结果进行适当的分析处理,可靠地体现二次流流动结构成为关键问题.

二次流的确切定义,至今未有统一. Langston^[8]描述如下:由于黏性作用,叶片与端壁转移了部分主流流体,使之抬升发展,称之为二次流. 大多数学者认为,叶栅内区别于无黏参考流的流动即为二次流动^[9]. 黏性效应是二次流动产生和发展的原因,而二次流动通常表现为旋涡流动,即存在涡量. 在来流不带有涡量的情况下,无黏流动本身并不产生涡量. 故流动中涡量的产生及发展,都可视为二次流动的体现. 如果已知了涡量的分布,那么就应可以找到一种从涡量中求解出对应的二次流速度场的方法.

本文从二次流的涡形式流动现象出发,建立涡量与二次流速度之间的关系方程,以此求解与特定平面法向涡量分布相对应的速度场,从而直接描绘出二次流动. 该方法能求得不再有位势流的二次流速度,且与涡量显示法的区别在于求出了对应于涡量的二次流动的速度矢量,用速度更加直观地表示二次流动,可用于分析讨论二次流动特征. 本文将应用该方法分析低速弯管和直列叶栅两个算例.

1 基本流动の数値分析

流体运动满足基本的动量方程(运动学方程),即 Navier-Stokes(N-S)方程

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla p + \nabla(\lambda \nabla \cdot \mathbf{V}) + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{S}) + \rho \mathbf{f} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{V}$ 是速度矢量, $\mathbf{S}$ 是应变力张量, $\mathbf{f}$ 是质量力.

用连续性方程、能量方程和其他一些方程封

闭求解式(1),得到了整个流场中速度、压力等各种参数的分布.

有旋流动中,涡量的定义如下:

$$\boldsymbol{\Omega} = \nabla \times \mathbf{V} \quad (2)$$

以式(1)求得速度场以后,可用式(2)计算出涡量在流场中的分布. 在 xoy 平面上,法向涡量为 Ω_z ,则根据式(2)可得

$$\Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3)$$

式中 u, v 为速度 $\mathbf{V}$ 在 x, y 方向上的分量. 平面上的法向涡量就是该平面中旋涡大小量度,故法向涡量可以用来表征旋涡强度^[10].

2 二次(涡)流动的运动学分析

一般可压缩有旋流动速度场可根据散度和旋度条件,表示为

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = q \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{V} = \boldsymbol{\Omega} \quad (5)$$

经向量变换,式(4),(5)可转化为

$$\nabla^2 \mathbf{V} = \nabla q - \nabla \times \boldsymbol{\Omega} \quad (6)$$

这是一个关于 $\mathbf{V}$ 的泊松方程,与式(4),(5)完全等价. 边界条件为单连通域中物体运动的边界条件

$$(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n})_b = \mathbf{V}_b \cdot \mathbf{n}_b \quad (7)$$

为了便于分析,将速度人为分解为三部分,令

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_d + \mathbf{V}_p + \mathbf{V}_s \quad (8)$$

把式(8)代入方程(4)和(5),并利用泊松方程解的叠加性特征,分解成等价的三个微分方程组

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V}_d = q \\ \nabla \times \mathbf{V}_d = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V}_s = 0 \\ \nabla \times \mathbf{V}_s = \boldsymbol{\Omega} \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V}_p = 0 \\ \nabla \times \mathbf{V}_p = 0 \\ (\mathbf{V}_p \cdot \mathbf{n})_b = \mathbf{V}_b \cdot \mathbf{n}_b \end{cases} \quad (11)$$

方程组(9)只需求出满足方程的任意特解. 由无旋条件且散度为 q ,可知该速度有势,且具有散度,该速度应是与流量为 q 的源项相对应的速度.

方程组(10)其速度只与旋度或者说涡量有关,且与速度散度无关,该速度与涡量相对应. 只需求出满足方程组的任意特解即可.

方程组(11)具有边界条件,由其无旋条件可知速度有势,相当于求解无旋无散度的流动状况,即在给定边界条件下的位势流动。

分析方程组(10),可知对应于涡量的速度 $\mathbf{V}_s$ 反映了整个流动当中的涡量,而涡量体现的是完全相对于无黏流动的旋涡,即二次流动,方程组(10)中的 $\mathbf{V}_s$ 就是二次流速度矢量。

若假定 z 方向为流动某处的主流流线方向,二维平面 xoy 为该位置与 z 方向正交的平面。在这个平面上, $\mathbf{V}_s$ 的两个分量 V_{sx} 和 V_{sy} 即为该位置二次流速度。 xoy 平面的法向涡量 Ω_z , 与 $\mathbf{V}_s$ 的两个分量满足方程组(10)中的旋度方程

$$\Omega_z(x, y) = \frac{\partial V_{sy}}{\partial x} - \frac{\partial V_{sx}}{\partial y} \quad (12)$$

根据 Horlock 等^[11]的二次流定义和分析,引入其假设 $\partial V_{sx}/\partial x, \partial V_{sy}/\partial y \gg \partial V_{sz}/\partial z$, 则连续性方程为

$$\frac{\partial V_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial V_{sy}}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

根据定义流函数的方法^[12], 给 $\mathbf{V}_s$ 定义一个特殊的流函数 Ψ_s , 其定义为

$$V_{sx} = \frac{\partial \Psi_s}{\partial y}, \quad V_{sy} = -\frac{\partial \Psi_s}{\partial x} \quad (14)$$

这个流函数表示流动中的二次流速度场,且需要满足方程组(10)。把流函数 Ψ_s 代入式(12)中的旋度方程

$$\frac{\partial^2 \Psi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_s}{\partial y^2} = \nabla^2 \Psi_s = -\Omega_z(x, y) \quad (15)$$

求解式(15),必然求得在某一平面上满足方程组(10)的特解,而该特解就是二次流速度 $\mathbf{V}_s$ 在该平面上的分布。式(15)是从运动学中推导出的一个特殊的泊松方程,该方程把二次流速度同涡量之间完全联系起来,在已知平面法向涡量条件下,可求解得到二次流速度场。

当然求解方程(15)还需要有边界条件,以保证特解的唯一性。流道固壁边界上的二次流速度为 0,即在沿边界切线方向的导数为 0,设切向方向为 l , 壁面切向为 n , 则

$$V_{sn} = \frac{\partial \Psi_s}{\partial l} = 0 \quad (16)$$

$$\Psi_s(x_0, y_0) = \Psi_0 \quad (17)$$

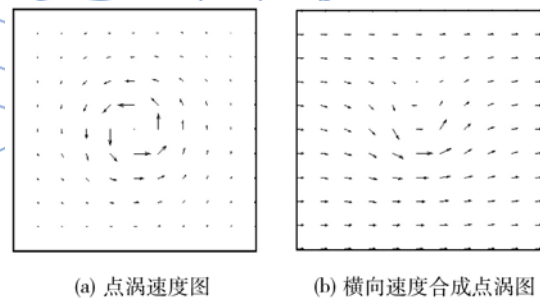
在 x_0, y_0 处 Ψ_s 为常数 Ψ_0 。这个特解将可以被用于分析讨论流体中的涡流结构、二次流分布等。

3 应用实例及分析讨论

本文根据方程(15),编写出一套计算程序,用来处理数值模拟结果的涡量,从中求解出二次流速度。数值计算使用 Fine/Turbo 软件,用 RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes) 方法模拟了矩形弯管和直列叶栅流道。在模拟结果中,选取一些特定的截面,用这些截面法向涡量计算出该截面上的二次流速度,并且同速度矢量图显示法进行比较。

3.1 点涡与位势流

假设在空间的二维平面中存在一个点涡,如图 1(a)所示。只给定点涡中心的涡量,而周围流场中涡量均为 0。点涡的速度场是涡量所对应的二次流速度场。此时点涡周围的流体均随中心的奇点转动,形成一个最简单的旋涡。如果在此点涡的平面流场中,加入一个横向的均匀流(位势流),速度大小约为点涡旋流速度最大值的 1/2,如图 1(b)所示。图 1(b)中心位置的点涡几乎不可见,只能观察到中心附近有下凹的趋势。



(a) 点涡速度图

(b) 横向速度合成点涡图

图 1 点涡与横向速度合成比较图

Fig. 1 Velocity vector of point vortex and cross flow

图 1(b)可以看成速度矢量图表示出的主流形态,在此主流中存在中心位置的点涡。速度矢量图中几乎无法观察到点涡的位置,以及周围旋流的形态等情况。由此推测,当位势流速度数量级大于涡流速度时,即使流动中存在涡,速度矢量图也无法反映出流动中二次流的真实状况。即便能够观察到某些旋涡,这些旋涡的形态可能是真的。

速度矢量图的显示方法的另一个问题是对平面选取非常敏感。用不同角度观察流场的同一位置,得到的平面速度矢量差别很大。当平面偏离涡的法向方向时,基本无法观察到涡的存在。这个现象将会在以下实例中看到。

3.2 直角弯管通道中的二次流

矩形弯管的数值模拟采用标准 S-A(Spalart-Allmaras)湍流模型,模拟低速条件下弯管中的气体流动状态.矩形弯管结构如图 2 所示.矩形弯管转角为 90° ,弯管截面为正方形,垂直于主流的截面大小均相同.矩形边长 $H=10\text{ mm}$,弯管入口段和出口段长度均为 $6H$,弯管内弧半径 $2H$,外弧半径 $3H$.出入口压差为 200 Pa ,入口速度均匀,方向垂直于入口.雷诺数为 $7\,000$.数值模拟得到速度场和涡量场,涡矢量场将被用于计算二次流速度分布.

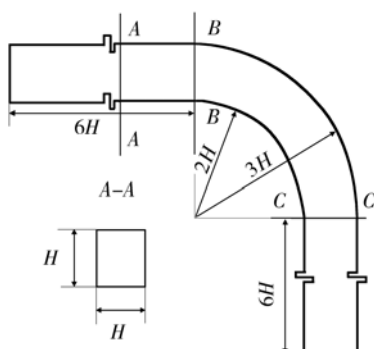


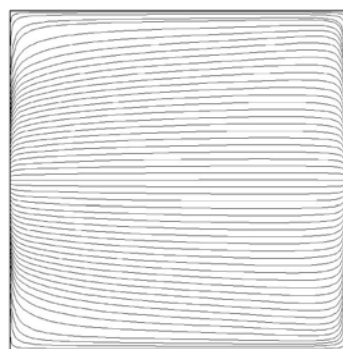
图 2 弯管通道结构示意图

Fig. 2 Square bent tube structure

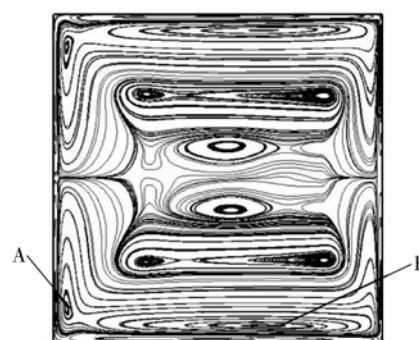
弯管入口 B-B 截面上的流动结构如图 3 所示.入口面,流体还没有进入弯管,流体主流方向基本是朝主流方向(纸面向外)运动.图 3(a)是该截面上以当地流动速度矢量投影所做的流线图.图中平面左边界为弯管内侧,右边界为外侧.图 3(a)中看,矢量线基本上没有发生扭曲,主流保持水平方向.在端壁附近,流线出现一些汇集和弯曲现象.就整体而言,流线图中没有看到明显的旋涡.

图 3(b)是求解所得的二次流速度矢量 $\mathbf{V}_s$ 流线图.上下近壁面区域形成了两个较大旋涡 B 以及左右壁面附近的旋涡 A.四周壁面上的边界层导致的涡流广泛分布.这两对较大旋流实际上是边界层速度梯度所产生的涡量经过一定抬升作用发展而来.壁面附近的涡量则是边界层中所带有的较大的涡量.而在流道中部有数个涡对,涡量较小,属于较弱的旋流.

图 3(a)与图 3(b)区别比较明显.图 3(a)中没有显示出这样较大的涡流,而且也无法捕捉到包括边界层和中间位置的旋流.图 3(b)则能观察到较为明显清晰的几个旋流,甚至还包括极弱的几个涡对.主要原因可能是旋流的旋转速度远远



(a) B-B 截面速度矢量线图



(b) B-B 截面二次流速度矢量线图

图 3 弯管入口 B-B 截面速度和二次流速度比较

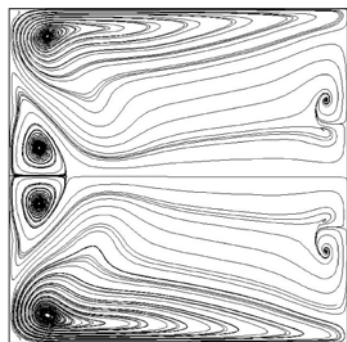
Fig. 3 Stream line of section B-B

小于主流的速度.

图 4 表示弯管出口 C-C 截面速度图和二次流速度图.图 4(a)是速度投影流线图,图中能够观察到左上与左下靠近角落的一个主要涡对和左侧壁面中部附近的一个涡对,以及右侧壁面附近有大小各一个涡对.图 4(a)已经能够观察到整体流动中几个涡流.其中以上下两个主要涡对所占有平面的面积最大,其余几个涡对都集中在中部高度附近,靠近侧边界.

图 4(b)是求得的出口面二次流流线图.图中可看到更加复杂的旋涡结构.左侧上下两个近角落出现的涡,显示出有大小几个涡形成的涡系结构 C,D.其中一个已经脱落偏离的较大旋涡 D 靠近流道中心,另外一个涡 E 处于靠近左边界的横向中心位置,以及在涡 C 和 D 凹陷处的反向旋涡 F.上述个涡组成的涡系在整个流道中占据了大部分面积.中部近左边界紧靠涡 E 处,存在一对小涡,左侧上下壁面还有一对角涡.涡流形状有些不完整,可能受到附近涡系的挤压.而右侧壁面附近的两对旋涡和中间的一个涡对,结构比较清晰,属于较弱的涡系.

二次流流线图显示,经过弯管以后流动中出现了数个涡流.比较图 4(a)和图 4(b),发现整体



(a) C-C截面速度矢量线图



(b) C-C截面二次流速度矢量线图

图 4 弯管出口 C-C 截面速度和二次流速度比较

Fig. 4 Steam line of section C-C

流动结构基本相似. 主流速度对观察速度矢量投影时的影响是很大的. 旋涡速度来自于来流本身的涡量和由于黏性作用所产生的涡量. 这个速度一般低于主流速度, 且可能低于主流的速度分量, 因此较小较弱的旋涡结构很难在速度投影图中观察到. 同时大涡的结构也会因此受到影响, 出现变形偏移, 变得不真实. 本文认为, 采用涡量求得的二次流速度展现的涡结构是真实准确的.

3.3 透平叶栅流道中的二次流

叶片采用某冲动式叶型, 节弦比为 0.76, 展弦比为 0.57, 气流折转角 113° , 叶栅结构如图 5 所示, 采用直列叶栅. 模拟条件是膨胀比 1.185, 入口冲角为 0° , 雷诺数 2.4×10^6 , 标准一方程 S-A 湍流模型, 计算结果经过网格无关性验证. RANS 计算得到速度和涡量场, 使用本文计算程序计算出截面上的基于涡量的二次流速度 V_s . 截面选取如图 6 所示, A-A 截面是 $x/C_{ax}=0.5$ 中部截面, B-B 截面为叶栅喉部面, C-C 截面为出口. 图 6 和图 7 中左侧为吸力面, 右侧为压力面.

图 6(a)中流线大部分平行于上下壁面, 在角落附近的流线稍有弯曲, 左侧壁面即吸力面附近弯曲较多, 但没有看到清晰的涡流. 图 6(b)显示吸力面上下角落里存在较大型的涡流, 主流流体

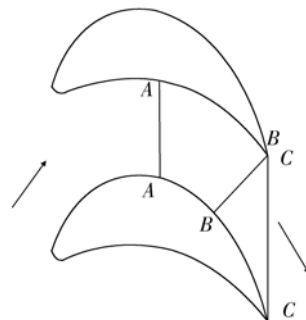
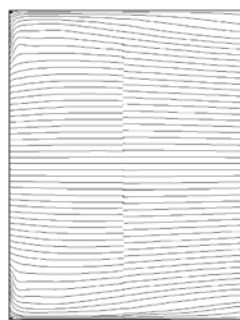
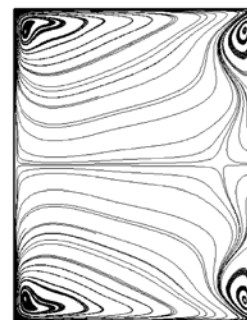


图 5 透平叶栅结构及截面示意图

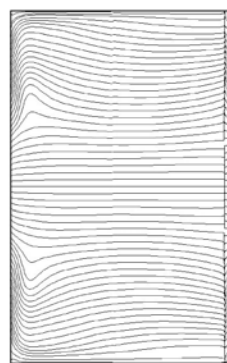
Fig. 5 Turbine blade sketch and section position



(a) A-A 截面速度矢量线图



(b) A-A 截面二次流速度矢量线图

图 6 $x/C_{ax}=0.5$ 的 A-A 截面速度矢量线图与二次流速度矢量线图Fig. 6 Steam line of section A-A, $x/C_{ax}=0.5$ 

(a) B-B 截面速度矢量线图



(b) B-B 截面二次流速度矢量线图

图 7 喉部 B-B 截面速度矢量线图与二次流速度矢量线图

Fig. 7 Steam line of section B-B

几乎都受到这个较大型旋涡的影响, 压力面侧角落里有一对较小的旋涡, 可认为是角涡或者壁涡. 比较两图, 在图 6(a)速度矢量线图中均没有观察到旋涡, 而在图 6(b)中则有明显的大小各一对涡流.

图 7 所示为 B-B 截面即叶栅流道喉部截面速度图线. 图 7(a)显出在流道左侧中部附近有明显的上下凹陷, 但没有明显的涡流存在. 右侧壁面

附近流线有明显的汇集线,显示出口压力面侧边界层的发展.图 7(b)中,两个较大的通道涡流 A 出现在靠近吸力面侧,而几个稍小的涡流包括 B,占据尾缘压力面侧出口附近.流道中部叶出现了两对较弱的涡流.比较两图,速度矢量图中并没有明显涡流,其中流线出现一定的弯曲汇集,而二次流图线显示出数对明显的旋涡,包括壁角的一些旋流.在出口附近压力面侧也显示出较为复杂的旋流结构.

图 8(a)和图 8(b)是叶栅出口截面的矢量线图.为便于观察,本文对两图都进行平移处理,使其尾缘处于图中间位置,如图中虚线所示.虚线左侧为压力面,右侧为吸力面.图 8(a)显示集中在流道中部位置的一对涡流,涡流较为靠近尾缘.尾缘附近出现了大量流线的汇集,集中在尾缘吸力

面侧,可能是尾迹.远离尾缘区域没有观察到任何涡流,大部分流线平行于上下端壁.

图 8(b)的二次流速度场图,由于旋涡结构非常复杂,所以去掉了许多涡量较小的旋涡,特别是压力面侧流道.图中中部附近的通道涡 C 几乎占据了尾缘吸力面侧大部分区域.尾缘处出现了狭长的涡流 D,应是尾迹.尾缘线附近上下端壁处存在大小几对涡旋 E,这些涡旋范围较小,靠近尾缘,可能是端壁边界层发展形成的.图中压力面侧涡流非常复杂,有近十个涡对,这些涡大小不一,形状各异,涡量较小,属于较弱的涡流.

比较发现,图 8(a)所示的较大型的涡流,在图 8(b)中观察得更为明显,影响范围更大.二次流图线中显示的许多较小或者较弱型的涡流,包括尾缘和边界层附近,在速度矢量图中均没有观察到.特别是出口压力面侧区域大范围的小型涡流存在,流动结构非常复杂.

4 结 论

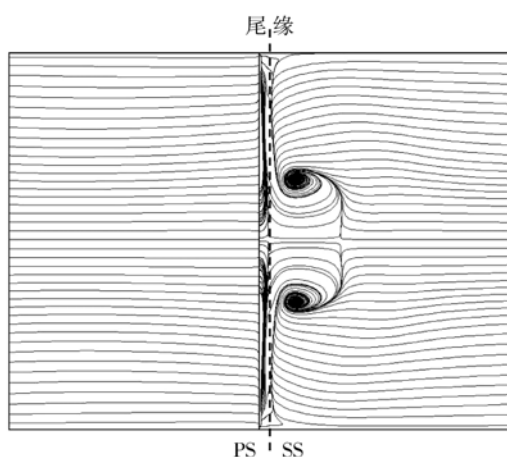
本文通过运动学分析,建立了关于二次流速度与涡量之间的方程,得出了量化分析二次流速度场的方法.通过求解弯管和叶栅流道的特定平面上的二次流分布,得出以下结论:

1) 从运动学求解得到的涡量与二次流流函数之间的关系,直接体现了二次流作为涡的特性,且作为分析流动结构的后处理方法,能够量化地求解出二次流速度以及分布情况.

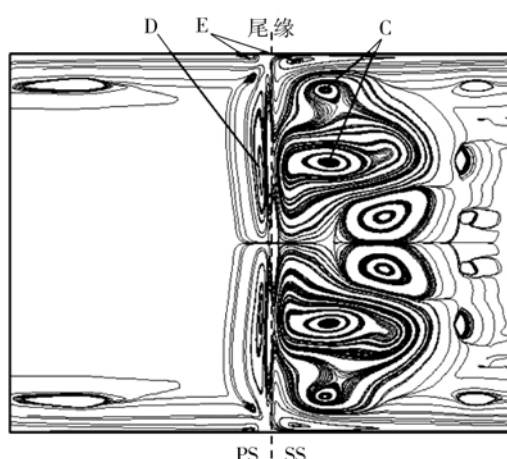
2) 本方法消除了位势流的影响,使二次流显示更加真实清晰,该方法比速度矢量图法更加准确完善.

参考文献:

- [1] Langston L S, Nice M L, Hooper R M. Three-dimensional flow within a turbine cascade passage[J]. ASME Journal of Engineering for Power, 1977, 99(1): 21-28.
- [2] Langston L S. Crossflows in a turbine cascade passage[J]. ASME Journal of Engineering and Power, 1980, 102(5): 866-874.
- [3] Sieverding C H. Recent progress in the understanding of basic aspects of secondary flows in turbine blade passages [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1985, 107(2): 248-257.
- [4] Sharma O P, Butler T L. Predictions of endwall losses and secondary flows in axial flow turbine cascades[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1987, 109(2): 229-236.
- [5] Goldstein R J, Wang H P, Jabbari M Y. The influence of secondary flows near the endwall and boundary layer dis-



(a) C-C截面速度矢量线图



(b) C-C截面二次流速度矢量线图

图 8 叶栅出口 C-C 截面速度矢量线图
与二次流速度矢量线图

Fig. 8 Steam line of velocity vector and
secondary flow on the section C-C

- turbance on convective transport from a turbine blade[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1995, 117 (4): 657-665.
- [6] Wang H P, Olson S J, Goldstein R J, et al. Flow visualization in a linear turbine cascade of high performance turbine blades[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1997, 119 (1): 1-8.
- [7] 王仲奇, 冯国泰, 王松涛, 等. 透平叶片中的二次流旋涡结构的研究[J]. 工程热物理学报, 2002, 23(5): 553-556.
WANG Zhongqi, FENG Guotai, WANG Songtao, et al. Study on secondary flow vortex structures in turbine blades[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2002, 23 (5): 553-556. (in Chinese)
- [8] Langston L S. Research on cascade secondary and tip-leakage flows — periodicity and surface flow visualization[R]. AGARD, Secondary Flows in Turbomachines, SEE N90-21009, 1990.
- [9] Persico G, Gaetani P, Dossena V, et al. On the definition of the secondary flow in three-dimensional cascades[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, 2009, 223(6): 667-676.
- [10] Germain T, Nagel M, Baier R D. Visualisation and quantification of secondary flows; application to turbine bladings with 3D-endwalls[C]//Proceedings of the 8th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows. Lyon, France: [s. n.], ISAIF8-0098, 2008.
- [11] Horlock J H, Lakshminarayana B. Secondary flows; theory, experiment, and application in turbomachinery aerodynamics[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1973, 5 (1): 247-280.
- [12] Greitzer E M, Tan C S, Graf M B. Internal flow; concepts and applications (Cambridge engine technology series) [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

JAS SP